

Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 02, No. 2(2013), hal 79 - 86.

ANALISIS FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI PRODUKSI TANAMAN KEDELAIMENGGUNAKAN DIAGRAM JALUR

Zainal Aripin, Muhlasah Novitasari Mara, Neva Satyahadewi

INTISARI

Diagram jalur merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk menganalisis hubungan sebab akibat yang terjadi pada regresi berganda, jika variabel eksogen mempengaruhi variabel endogen tidak hanya secara langsung tetapi juga secara tidak langsung. Dalam penelitian ini digunakan diagram jalur untuk menganalisis pengaruh banyaknya benih, urea dan KCL terhadap produksi tanaman kedelai. Metode yang digunakan untuk menduga parameter dari model yang terbentuk berdasarkan diagram jalur adalah metode kuadrat terkecil. Hasil analisis menunjukkan bahwa variabel benih (x_1) dan KCL (x_3) memiliki pengaruh langsung paling besar terhadap produksi tanaman kedelai (y). Sedangkan variabel urea (x_2) memiliki pengaruh langsung yang sangat kecil terhadap produksi tanaman kedelai (y). Demikian untuk pengaruh tidak langsung, diketahui bahwa pengaruh tidak langsung benih (x_1) terhadap produksi tanaman kedelai (y) melalui urea (x_2) memiliki pengaruh tidak langsung yang kecil. Sedangkan pengaruh tidak langsung KCL (x_3) terhadap produksi tanaman kedelai (y) melalui benih (x_1) memiliki pengaruh tidak langsung yang paling besar.

Kata Kunci: estimasi, parameter, diagram jalur

PENDAHULUAN

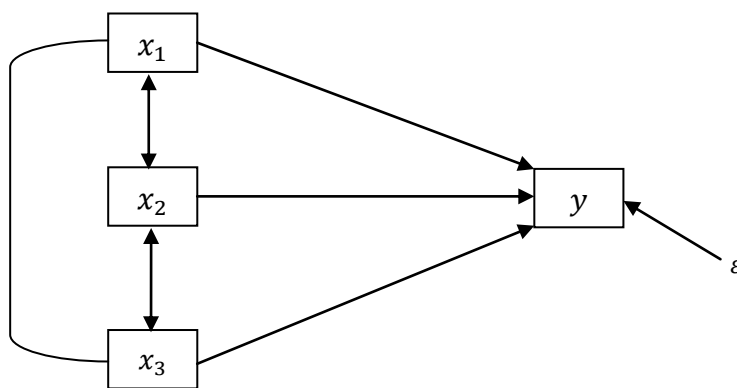
Teori penelitian seringkali mengarahkan pada pengujian model yang memiliki hubungan antar variabel yang kompleks. Keterkaitan hubungan tersebut bisa mengikuti pola hubungan antar variabel saja atau pola pengaruh, baik pengaruh langsung maupun tidak langsung. Dalam prakteknya, variabel-variabel penelitian pada bidang tertentu tidak dapat diukur secara langsung (bersifat laten) sehingga masih membutuhkan variabel perantara untuk mengukur variabel tersebut.

Salah satu teknik statistik yang mampu menganalisis pola hubungan antara variabel adalah diagram jalur. Diagram jalur merupakan pengembangan lebih lanjut dari analisis regresi berganda. Perbedaannya adalah bahwa pada analisis jalur ini dapat membantu dalam mempelajari pengaruh langsung dan pengaruh tidak langsung antar variabel. Pada diagram jalur variabel independen disebut variabel eksogen, sedangkan variabel dependen disebut variabel endogen. Analisis jalur menggunakan diagram jalur untuk merepresentasikan permasalahan dalam bentuk gambar dan menentukan persamaan struktural yang menyatakan hubungan antar variabel pada diagram jalur tersebut. Beberapa peneliti mengatakan bahwa diagram jalur merupakan model bentuk hubungan sebab akibat, sehingga hubungan antar variabelnya harus searah. Pemodelan pada diagram jalur dapat dilakukan dalam model struktural yaitu model digunakan untuk mengetahui hubungan antar variabel laten [1].

Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis pengaruh banyaknya benih, urea dan KCL terhadap produksi tanaman kedelai baik secara langsung maupun tidak langsung. Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter pada model diagram jalur adalah metode kuadrat terkecil. Langkah pertama pada penelitian ini adalah melakukan kajian secara teoritis dalam menentukan estimator parameter pada diagram jalur yang selanjutnya dilakukan penerapan terhadap data regresi, dimana didalamnya terdapat variabel eksogen yaitu benih, urea, KCL dan produksi tanaman kedelai sebagai variabel endogen.

ESTIMASI PARAMETER PADA DIAGRAM JALUR

Diagram jalur (*path diagram*) dikembangkan oleh Sewall Wright (1934). Diagram jalur digunakan untuk melukiskan dan menguji model hubungan antar variabel yang berbentuk sebab akibat dalam bentuk gambar dan menentukan persamaan struktural yang menyatakan hubungan antar variabel pada diagram jalur. Pada diagram jalur digunakan dua macam anak panah yaitu anak panah satu arah yang menyatakan pengaruh langsung dari suatu variabel eksogen ke sebuah variabel endogen dan anak panah dua arah menyatakan hubungan korelatif antara variabel eksogen. Pada variabel eksogen tidak dipengaruhi variabel-variabel yang lain dalam diagram. Tetapi pada variabel endogen, dipengaruhi variabel-variabel yang lain [2]. Sebelum melakukan perhitungan diagram jalur, terlebih dahulu gambarkan dengan jelas diagram jalur yang mencerminkan hubungan antara variabel eksogen terhadap variabel endogen. Variabel penelitian yang dianalisis dalam penelitian ini meliputi produksi tanaman kedelai (y) dipengaruhi tiga variabel eksogen yaitu benih (x_1), urea (x_2) dan KCL (x_3). Selengkapannya hubungan antar variabel tersebut dapat digambarkan seperti dalam Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Jalur Pengaruh Variabel Eksogen terhadap Variabel Endogen

Variabel-variabel yang digunakan dalam model diagram jalur sebenarnya adalah variabel yang sudah terstandarisasi. Variabel yang terstandarisasi adalah variabel-variabel yang datanya telah distandarisasi dengan mengurangkan dulu rata-ratanya dan membagi dengan standar deviasi masing-masing variabel, baik variabel endogen maupun variabel-variabel eksogennya. Rumus yang digunakan untuk menghitung standarisasi sebagai berikut [2]:

$$x_i = \frac{(X_i - \bar{X}_i)}{S_{X_i}} \quad (1)$$

Dengan

S_{X_i} = standar deviasi

Variabel X adalah variabel yang belum distandarisasi, sedangkan x adalah variabel X setelah distandarisasi. Sehingga persamaan yang digunakan pada penelitian ini sebagai berikut:

$$y = \beta_1^* x_1 + \beta_2^* x_2 + \beta_3^* x_3 + \varepsilon^* \quad (2)$$

Dengan:

y = variabel endogen terstandarisasi

x_i = variabel eksogen terstandarisasi, untuk $i = 1, 2, 3$

β_i^* = koefisien jalur yang distandarisasi, untuk $i = 1, 2, 3$

ε^* = variabel gangguan

Koefisien jalur yang terstandarisasi (β_i^*) adalah suatu koefisien yang menunjukkan pengaruh langsung variabel eksogen terhadap variabel endogen yang telah tersusun dalam bentuk diagram jalur [3].

Akibatnya dapat diketahui variabel eksogen manakah yang berpengaruh paling besar terhadap variabel

endogen. Apabila Persamaan (2) dituliskan dalam bentuk matriks dengan n pengamatan dan 3 variabel menjadi:

$$Y = X\beta^* + \varepsilon^* \quad (3)$$

Dengan:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} \end{bmatrix}, \beta^* = \begin{bmatrix} \beta_1^* \\ \beta_2^* \\ \beta_3^* \end{bmatrix}, \varepsilon^* = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^* \\ \varepsilon_2^* \\ \vdots \\ \varepsilon_n^* \end{bmatrix}$$

Pendugaan parameter adalah bagian dari statistik yang merupakan suatu cara untuk memprediksi karakteristik dari suatu populasi berdasarkan sampel yang diambil. Dengan estimasi, dapat diketahui seberapa jauh suatu parameter populasi yang tidak diketahui berada di sekitar sampel (statistik sampel). Salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter populasi adalah metode kuadrat terkecil (MKT).

Metode kuadrat terkecil adalah salah satu metode yang sering digunakan dalam teknik analisis yang bertujuan untuk meminimumkan kuadrat kesalahan (e_i) sehingga nilai penduganya akan mendekati nilai sesungguhnya [4]. Didalam menaksir suatu persamaan dalam sistem analisis metode kuadrat terkecil sering dipakai karena bentuknya sederhana. Pendugaan persamaan dengan metode kuadrat terkecil pada dasarnya dilakukan dengan menentukan garis regresi sampel yang meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (JKS) [5]. Dengan metode kuadrat terkecil, nilai dugaan bagi parameter β^* adalah $\hat{\beta}^*$. Untuk mendapatkan penduga MKT bagi β^* , maka ditentukan dua vektor penduga ($\hat{\beta}^*$ dan e) sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^* = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1^* \\ \hat{\beta}_2^* \\ \hat{\beta}_3^* \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

Sehingga model penduga untuk Persamaan (3) adalah:

$$\hat{Y} = X\hat{\beta}^* \quad (4)$$

Dengan:

\hat{Y} = penduga dari Y

$\hat{\beta}^*$ = penduga dari β^*

Koefisien β^* adalah parameter yang nilainya tidak diketahui, sehingga diduga menggunakan statistik sampel. Penduga MKT bagi β^* diperoleh dengan mencari $\hat{\beta}^*$ yang meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (JKS), yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} JKS &= \sum_{i=1}^n e^2 = e^T e \\ &= (Y - X\hat{\beta}^*)^T (Y - X\hat{\beta}^*) \\ &= Y^T Y - \hat{\beta}^{*T} X^T Y - Y^T X\hat{\beta}^* + \hat{\beta}^{*T} X^T X\hat{\beta}^* \\ &= Y^T Y - 2\hat{\beta}^{*T} X^T Y + \hat{\beta}^{*T} X^T X\hat{\beta}^* \end{aligned}$$

Nilai minimum dari JKS dapat diperoleh dengan menurunkan JKS terhadap $\hat{\beta}^{*T}$ dan menyamakan turunan dengan nol.

$\frac{\partial (JKS)}{\partial \hat{\beta}^*} = -2X^T Y + 2X^T X\hat{\beta}^* = 0$, sehingga diperoleh:

$$\hat{\beta}^* = (X^T X)^{-1} (X^T Y) \quad (5)$$

Matriks $(X^T X)$ dan matriks $(X^T Y)$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$X^T X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{n2} \\ x_{13} & x_{23} & \cdots & x_{n3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i3} \\ \sum_{i=1}^n x_{i2}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i2}^2 & \sum_{i=1}^n x_{i2}x_{i3} \\ \sum_{i=1}^n x_{i3}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i3}x_{i2} & \sum_{i=1}^n x_{i3}^2 \end{bmatrix}$$

$$= n \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^T Y = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{n2} \\ x_{13} & x_{23} & \cdots & x_{n3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_{i1}y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{i2}y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{i3}y_i \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} r_{x_1y} \\ r_{x_2y} \\ r_{x_3y} \end{bmatrix}$$

Dimana r_{ij} merupakan koefisien korelasi yang menunjukkan korelasi antar variabel. Sebagai ilustrasi dalam penelitian ini digunakan data dalam suatu penelitian yang dilakukan oleh Purnama Ida Pastima Hutasoit, Fakultas Pertanian, Universitas Tanjungpura pada tahun 2007. Data tersebut merupakan hasil pengukuran terhadap tanaman kedelai yang diambil dari 33 titik pengamatan. Pada penelitian ini, yang merupakan variabel eksogen adalah banyaknya benih (x_1), urea (x_2) dan KCL (x_3), sedangkan produksi tanaman kedelai (y) merupakan variabel endogen. Untuk menduga hubungan antara produksi tanaman kedelai (y) dengan banyaknya benih (x_1), urea (x_2) dan KCL (x_3) digunakan metode kuadrat terkecil (MKT). Data tersebut dapat ditampilkan secara detail dalam Tabel 1 berikut ini:

Tabel 1 Banyaknya Benih (kg), Urea (kg), KCL (kg) dan Produksi Tanaman Kedelai (kg)

No	Benih	Urea	KCL	Produksi tanaman kedelai	No	Benih	Urea	KCL	Produksi tanaman kedelai
1	30	50	50	350					
2	50	50	50	200	18	30	40	75	300
3	50	100	50	300	19	30	75	50	200
4	30	50	50	350	20	30	100	50	250
5	45	50	75	300	21	30	100	50	200
6	30	40	40	300	22	45	40	40	250
7	50	40	50	300	23	30	50	100	250
8	50	50	75	350	24	30	50	75	200
9	50	50	75	400	25	50	50	50	250
10	40	75	75	350	26	50	50	75	200
11	50	50	50	350	27	30	100	50	250
12	30	40	50	200	28	40	50	100	300
13	30	100	50	250	29	30	40	40	250
14	30	40	50	200	30	30	30	40	200
15	30	40	40	200	31	30	40	50	200
16	30	100	50	250	32	40	50	40	250
17	30	100	50	250	33	40	50	40	250

Sumber: Purnama Ida Pastima Hutasoit, Fakultas Pertanian, Universitas Tanjungpura tahun 2007

Berdasarkan data pada tabel Tabel 1, maka langkah pertama yang harus dilakukan adalah menentukan korelasi antar variabel. Nilai koefisien korelasi antar variabel (r_{ij}), dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut [4]:

$$r_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n x_i x_j, \text{ untuk } i, j = 1, 2, \dots, n \text{ dan } i \neq j \quad (6)$$

Dengan:

r_{ij} = koefisien korelasi antara x_i dan x_j

x_i = variabel eksogen yang terstandarisasi

n = banyaknya pengamatan

Selanjutnya dari data dihitung korelasi antara variabel eksogen, misalkan benih (x_1) dengan urea (x_2).

$$r_{x_1 x_2} = r_{x_2 x_1} = \frac{1}{33} \sum_{i=1}^n \left(\frac{30-36,97}{8,61} \cdot \frac{50-58,79}{23,03} \right) + \left(\frac{50-36,97}{8,61} \cdot \frac{50-58,79}{23,03} \right) + \dots + \left(\frac{40-36,97}{8,61} \cdot \frac{50-58,79}{23,03} \right) = -0,171$$

Lakukan perhitungan yang sama untuk korelasi antara benih (x_1) dengan KCL (x_3) dan urea (x_2) dengan KCL (x_3). Substitusikan nilai-nilai koefisien korelasi yang diperoleh ke dalam matriks $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, sehingga:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -0,171 & 0,182 \\ -0,171 & 1 & -0,067 \\ 0,182 & -0,067 & 1 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya matriks korelasi antara variabel eksogen ($X^T X$) akan diubah kedalam bentuk invers $(X^T X)^{-1}$ dengan menggunakan rumus sebagai berikut [6]:

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{\det(X^T X)} \text{Adj}(X^T X) \quad (7)$$

Sehingga invers dari matriks $X^T X$ adalah:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,06 & 0,17 & -0,18 \\ 0,17 & 1,03 & 0,04 \\ -0,18 & 0,04 & 1,04 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Dengan menggunakan rumus koefisien korelasi pada persamaan (6), maka akan diperoleh nilai-nilai koefisien korelasi antar variabel eksogen (x_i) dengan variabel endogen (y). Substitusikan nilai-nilai koefisien korelasi yang diperoleh ke dalam matriks $X^T Y$, sehingga:

$$\begin{aligned} X^T Y &= \begin{bmatrix} r_{x_1,y} \\ r_{x_2,y} \\ r_{x_3,y} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,38 \\ -0,03 \\ 0,29 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (8) dan (9) ke Persamaan (6), maka didapatkan nilai koefisien jalur ($\hat{\beta}_i^*$) yang merupakan pengaruh langsung variabel endogen terhadap variabel eksogen.

$$\begin{aligned} \hat{\beta}^* &= (X^T X)^{-1} X^T Y \\ \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1^* \\ \hat{\beta}_2^* \\ \hat{\beta}_3^* \end{bmatrix} &= (X^T X)^{-1} X^T Y \\ &= \begin{bmatrix} 1,06 & 0,17 & -0,18 \\ 0,17 & 1,03 & 0,04 \\ -0,18 & 0,04 & 1,04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,38 \\ -0,03 \\ 0,29 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,34 \\ 0,05 \\ 0,23 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Oleh karena itu, persamaan regresi sampelnya adalah:

$$\hat{y} = 0,34x_1 + 0,05x_2 + 0,23x_3 \quad (10)$$

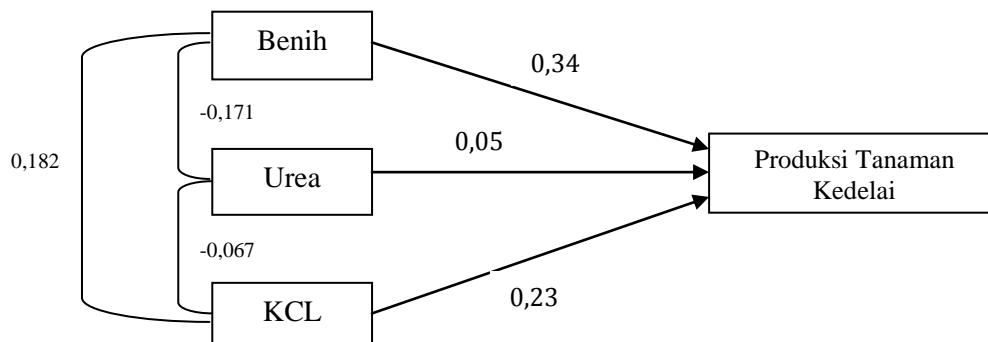
Berdasarkan Persamaan (10), maka dapat ditentukan pengaruh langsung dan pengaruh tidak langsung dari variabel benih, urea dan KCL terhadap produksi tanaman kedelai, sebagai berikut:

1. Penentuan pengaruh variabel benih (x_1) terhadap variabel produksi tanaman kedelai (y).

Pengaruh langsung benih (x_1) terhadap produksi tanaman kedelai (y) = $\beta_1 = 0,34$

Pengaruh tidak langsung benih (x_1) melalui urea (x_2) = $\beta_2 \cdot r_{12} = (0,05) \cdot (-0,171) = -0,009$

- Pengaruh tidak langsung benih (x_1) melalui KCL (x_3) = $\beta_3 \cdot r_{13} = (0,23) \cdot (0,182) = 0,04$
2. Penentuan pengaruh variabel urea (x_2) terhadap variabel produksi tanaman kedelai (y).
 Pengaruh langsung urea (x_2) terhadap produksi tanaman kedelai (y) = $\beta_2 = 0,05$
 Pengaruh tidak langsung urea (x_2) melalui benih (x_1) = $\beta_1 \cdot r_{21} = (0,34) \cdot (-0,171) = -0,06$
 Pengaruh tidak langsung urea (x_2) melalui KCL (x_3) = $\beta_3 \cdot r_{23} = (0,23) \cdot (-0,067) = -0,02$
3. Penentuan pengaruh variabel KCL (x_3) terhadap variabel produksi tanaman kedelai (y).
 Pengaruh langsung KCL (x_3) terhadap produksi tanaman kedelai (y) = $\beta_3 = 0,23$
 Pengaruh tidak langsung KCL (x_3) melalui benih (x_1) = $\beta_1 \cdot r_{31} = (0,34) \cdot (0,182) = 0,06$
 Pengaruh tidak langsung KCL (x_3) melalui urea (x_2) = $\beta_2 \cdot r_{32} = (0,05) \cdot (-0,067) = -0,003$
- Nilai-nilai pengaruh langsung dan pengaruh tidak langsung variabel eksogen (x_i) terhadap produksi tanaman kedelai (y) yang diperoleh, ditunjukkan secara lebih jelas pada Gambar 2:



Gambar 2. Pengaruh Langsung dan Pengaruh tidak Langsung Banyaknya Benih (x_1), Urea (x_2) dan KCL (x_3) terhadap Produksi Tanaman Kedelai (y)

Berdasarkan diagram jalur diketahui bahwa variabel eksogen (x_i) yang memiliki pengaruh langsung paling besar terhadap variabel endogen (y) adalah variabel benih (x_1) dan KCL (x_3). Sedangkan variabel urea (x_2) memiliki pengaruh langsung yang sangat kecil.

PENUTUP

Berdasarkan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa diagram jalur merupakan teknik statistik yang digunakan untuk membentuk model statistik yang biasanya dalam bentuk model sebab akibat. Pendugaan dari parameter pada model diagram jalur menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT) dilakukan dengan cara menentukan persamaan garis regresi sampel yang meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (JKS) dan mendeferensialkan persamaan yang terbentuk terhadap parameternya. Hasil analisis menunjukkan bahwa variabel benih (x_1) dan KCL (x_3) memiliki pengaruh langsung paling besar terhadap produksi tanaman kedelai (y). Sedangkan variabel urea (x_2) memiliki pengaruh langsung yang sangat kecil terhadap produksi tanaman kedelai (y). Demikian untuk pengaruh tidak langsung, diketahui bahwa pengaruh tidak langsung benih (x_1) terhadap produksi tanaman kedelai (y) melalui urea (x_2) memiliki pengaruh tidak langsung yang kecil. Sedangkan pengaruh tidak langsung KCL (x_3) terhadap produksi tanaman kedelai (y) melalui benih (x_1) memiliki pengaruh tidak langsung yang paling besar.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Raykov T, Marcoulis GA. *A First Course in Structural Equation Modeling*. Lawrence Erlbaum Associates, London; 2000.
- [2]. Gudono. *Analisis Data Multivariat*. BPFE, Yogyakarta; 2011.
- [3]. Freedman DA. A Case Study in Path Analysis. *Journal of Education Statistics*. 2008;12(2):101-128.

- [4]. Freedman DA. *Statistical Models: Theory and Practice*. Cambridge University Press, New York; 2009.
- [5]. Kusnandar D. *Metode Statistik dan Aplikasinya dengan Minitab dan Excel*. Madyan Press, Yogyakarta; 2004.
- [6]. Anton H. *Dasar-Dasar Aljabar Linear*, Hari, S. (alih bahasa), Ed ke-7. Interaksara, Jakarta; 2000.

ZAINAL ARIPIIN	: Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, arief_gress46@yahoo.com
MUHLASAH NOVITASARI M.	: Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, novee_mara@yahoo.co.id
NEVA SATYAHADEWI	: Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, neva_s04@yahoo.co.id